Envia tus examenes a lawikifiuba@gmail.com

Apellido y nombres: ....

Padrón: .... Correo electrónico: ....

Cursada. Cuatrimestre: .... Año: .... Profesor: ....

Análisis Matemático III.

Examen Integrador. Tercera fecha. 19 de julio de 2018.

1		2		3		4	
a	b	a	b	a	b	a	b

Justificar claramente todas las respuestas. La aprobación del examen requiere la correcta resolución de al menos 4(cuatro) ítems, entre los cuales debe figurar uno del ejercicio 1 o del 2 y uno del ejercicio 3 o del 4.

Ejercicio 1.

(a) Estudiar la convergencia y calcular $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{t \operatorname{sen} t}{1+t^2}\,dt$, aplicando variable compleja.

(b) Un disco semicircular de radio unitario $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2<1,\ y>0\}$ tiene su frontera recta a una temperatura de $0°C$ y su frontera curva en $100°C$. Suponer que la constante de difusividad térmica en el disco es igual a 1. Plantear un problema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que modele la distribución de temperatura en la situación descripta y resolverlo.

Ejercicio 2.

(a) Analizar si la serie trigonométrica de Fourier de la función $f(x) = x(x^2 - L^2)$ en $[-L, L]$ converge uniformemente a f en el intervalo. Obtener la serie, exponiendo los coeficientes no nulos en forma integral.

(b) Proponer una solución para $u_{tt} = u_{xx} + a\,x$ en $0 < x < L$, $t > 0$ sujeto a las condiciones $u(0,t) = u(L,t) = 0$ $(t \geqslant 0)$ y $u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = 1$ $(0 \leqslant x \leqslant L)$ mediante desarrollo en serie.

Ejercicio 3.

(a) Sea $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ absolutamente integrable y $\tilde{f}$ su extensión a $(-\infty,+\infty)$ como función impar. Probar que $\mathcal{F}[\tilde{f}] = -2i\mathcal{F}_s[f]$ y que si además f es continua con derivada continua a trozos entonces $f(x) = \dfrac{2}{\pi}\mathcal{F}_s[\mathcal{F}_s[f]](x)$.

(b) Desarrollar una resolución alternativa del ejercicio 1(a) a partir del cálculo de $\mathcal{F}_s[e^{-x}]$ o de $\mathcal{F}[e^{-|x|}]$.

Ejercicio 4.

(a) Resolver para $t \geqslant 0$ el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, utilizando transformada de Laplace.

b) Hallar la antitransformada de Log((s+6)/(s+2))

$$\begin{cases} -x' + 2y' - 3x + 6y = 0 \\ x' + y' + 4x + 3y = 11 \end{cases}$$